



# دفترچه پاسخ آزمون ۲۷ اردیبهشت ماه ۹۸

## اختصاصی دوازدهم ریاضی

نام طرحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی - سید عادل حسینی - آریان حیدری - طاهر دادستانی - محمد امین روانبخش - محمد ساسانی - یاسین سپهر - میلاد سجادی لاریجانی - علی شهرابی - عرفان صادقی - حمید علیزاده - میثم فلاح - محمد جواد محسنی - رسول محسنی منش - میلاد منصوری - جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب - حسین خزایی - سید امیر ستوده - رضا عباسی اصل - مهرداد ملوندی - سروش موئینی	هندسه ۳	
امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - کاظم باقرزاده چهره - کیوان دارابی - علیرضا شریف خطیبی - سروش موئینی - هومن نورائی	ریاضیات گسسته	
عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - ناصر خوارزمی - بیتا خورشید - میثم دشتیان - سعید شرق - سعید طاهری بروجنی - امیر حسین مجوزی - سید علی میرنوری - احسان هادوی - روبن هوانسیان - شادمان ویسی - محمدرضا پور جاوید - جواد جدیدی - حسن رحمتی کوکنده - جعفر رحیمی - مبینا شرافتی پور - مهدی شریفی - محمد عظیمیان زواره - حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - سید محمد معروفی - محمد وزیری	فیزیک ۳	
	شیمی ۳	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	سید علی میرنوری	حسن رحمتی کوکنده
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی حمید زرین کفش	علی ارجمند سید عادل حسینی	علی ارجمند سید عادل حسینی	حمید زرین کفش سجاد شهرابی فراهانی علیرضا صابری امیر حسین برادران	علی حسینی صفت علی علمداری مبینا شرافتی پور امیر حسین مسلمی
مسئول درس	سید عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمد وزیری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مریم صالحی مسئول دفترچه: آتیه اسفندیاری
حروف نگار	حسن خرم جو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

## حسابان ۲

-۸۱

(عرفان صادقی)

راه حل اول:

$$y = x^2 - 2 \Rightarrow y' = 2x$$

$$x = 2: \text{طول نقطه مماس} \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \text{شیب خط مماس}$$

$$y = x^2 - 2 \xrightarrow{x=2} \text{عرض نقطه تماس} \Rightarrow y = 2$$

$$y = fx + a \xrightarrow{\substack{x=2 \\ y=2}} 2 = \lambda + a \Rightarrow a = -6$$

$$\text{خط مماس: } y = fx + a$$

راه حل دوم:

$$\text{چون خط بر سهمی مماس است، معادله } x^2 - 2 = fx + a \text{ باید جواب}$$

مضاعف داشته باشد:

$$\Rightarrow x^2 - fx - a - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = f^2 + 4a = 0 \Rightarrow a = -6$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۲ تا ۸۳)

-۸۲

(سید عادل حسینی)

$$A = g'(1)f(1) - f'(1)g(1) = \frac{g'(1)f(1) - f'(1)g(1)}{(f(1))^2} (f(1))^2$$

$$= \left( \frac{g(x)}{f(x)} \right)' \Big|_{x=1} (f(1))^2$$

$$\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^4 - 16}{(x^2 + 2)(x^2 + 4)} = x^2 - 2 \Rightarrow \left( \frac{g(x)}{f(x)} \right)' = 2x$$

$$\Rightarrow A = 2(1)(f(1))^2 = 2(1)(15^2) = 450$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

-۸۳

(یاسین سپهر)

$$\text{حاصل حد } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ (در صورت وجود) را مشتق تابع } f$$

نامیده و با  $f'(a)$  نشان می‌دهیم.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2) = \frac{3}{2}$$

$$h(x) = f(2x) \Rightarrow h'(x) = 2f'(2x)$$

$$\xrightarrow{x=1} h'(1) = 2f'(2) \Rightarrow h'(1) = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۷۷ و ۹۶)

-۸۴

(مهمرامین روانپوش)

برای مشتق‌گیری یک طرفه در چنین توابعی، کافی است در همسایگی نقطه موردنظر، مقدار عبارت جزء صحیح و علامت عبارت قدرمطلق را تعیین کنیم و از تابع به‌دست آمده مشتق بگیریم. بنابراین در این سؤال داریم:

$$x \rightarrow (-2)^+ : f(x) = -2x^2 + 2x + 4$$

$$\Rightarrow f'_+(-2) = -4x + 2 \Big|_{x=-2} = 10$$

$$x \rightarrow 2^- : f(x) = -x^2 + x + 2 \Rightarrow f'_-(2) = -2x + 1 \Big|_{x=2} = -3$$

$$\Rightarrow f'_+(-2) - f'_-(2) = 10 - (-3) = 13$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

-۸۵

(طاہر دلاستانی)

$$\begin{cases} 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \\ \text{و} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2} - \sqrt{2-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{2-x} \leq \sqrt{2} \Rightarrow 2-x \leq 2 \Rightarrow x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = [0, 2]$$

پس تنها مشتق راست  $f$  در  $x=0$  قابل محاسبه است. در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2-x}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{2} + \sqrt{2-x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{2} + \sqrt{2-x}} = +\infty$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

-۸۶

(میلاد سبازی لاریجانی)

$$\text{شرط پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = b + 6 \Rightarrow 2a - b = 3 \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 3 - \frac{a}{\sqrt{x^3}} & ; x \geq 1 \\ 2bx & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\text{شرط مشتق‌پذیری: } f'_+(1) = f'_-(1)$$

$$\Rightarrow 3 - a = 2b \Rightarrow a + 2b = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = \frac{9}{5}, b = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} = 3$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۵)

-۸۷

(عرفان صادقی)

برای آنکه خط مماس بر منحنی  $g \circ f(x)$  موازی محور طول‌ها باشد، باید شیب آن برابر صفر باشد. بنابراین معادله  $(g \circ f)'(x) = 0$  را حل می‌کنیم:

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \times g'(f(x)) = 0$$

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ g'(x) = x^2 - x - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} \times (f^2 - f - 6) = 0 \xrightarrow{f=\sqrt{x}} \frac{1}{2\sqrt{x}} (x - \sqrt{x} - 6) = 0$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0 \Rightarrow x - 6 = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 - 12x + 36 = x$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=4 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

$x=4$  در معادله صدق نمی‌کند.

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

-۸۸

(جوانبش نیکنام)

شیب خط  $L$ ، برابر است با مشتق تابع  $f$  در  $x=2$ :

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{1}{3} \text{ و } f(2) = 1$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{(f(\sqrt{x}))'}{2\sqrt{f(\sqrt{x})}} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})}{2\sqrt{f(\sqrt{x})}}$$

$$\Rightarrow g'(4) = \frac{\frac{1}{4} f'(2)}{2\sqrt{f(2)}} = \frac{\frac{1}{4} f'(2)}{8} = \frac{1}{24}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

-۸۹

(عرفان صادقی)

$$f(2x+1) = g(x^2 + \sqrt{x}) \Rightarrow (f(2x+1))' = (g(x^2 + \sqrt{x}))'$$

$$\Rightarrow 2f'(2x+1) = \left(2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) g'(x^2 + \sqrt{x})$$

$$\xrightarrow{x=1} 2f'(3) = \left(2 + \frac{1}{2}\right) g'(2)$$

$$\xrightarrow{f'(3)=5} 10 = \frac{5}{2} g'(2) \Rightarrow g'(2) = 4$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

-۹۰

(عرفان صادقی)

$$f(x) = \sin^2(f'(x))$$

$$\Rightarrow f'(x) = f''(x) \times 2 \sin(f'(x)) \times \cos(f'(x))$$

$$= f''(x) \times \sin(2f'(x)) \xrightarrow{x=0} f'(0) = f''(0) \times \sin(2f'(0))$$

$$\xrightarrow{f'(0)=\frac{\pi}{4}} f'(0) = f''(0) \times \sin\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\Rightarrow f''(0) = f'(0) = \frac{\pi}{4}$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۷)

-۹۱

(عرفان صادقی)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2ax + b, f''(x) = 2a$$

$$f''(3) = 4 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$f'(1) = 2 \Rightarrow 2a + b = 2 \xrightarrow{a=2} b = -2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x - 2$$

$$\Rightarrow f'(2) = 4(2) - 2 = 6$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه ۹۸)

-۹۲

(رسول ممسنی‌منش)

$$f'(x) = 4(2x-1) \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2\sqrt{x + \frac{1}{2}}} (2x-1)^2$$

حال باید از  $f'$  مشتق بگیریم برای محاسبه مقدار مشتق در یک نقطه خاص،

اگر عامل صفرکننده داشته باشیم کافی است فقط از آن عامل مشتق بگیریم.

اگر توان عامل صفرکننده بیش از یک باشد، مشتق در آنجا صفر است. پس

داریم:

$$f''\left(\frac{1}{2}\right) = 8\sqrt{x + \frac{1}{2}} \Big|_{x=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = 8$$

(مسئله ۲- مشتق: صفحه ۹۸)

-۹۳

(علی شعراپی)

$$d = \sqrt{x^2 + (\sqrt{7x+4})^2} = \sqrt{x^2 + 7x + 4}$$

$$\Rightarrow d' = \frac{2x+7}{2\sqrt{x^2+7x+4}} = \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر } d$$

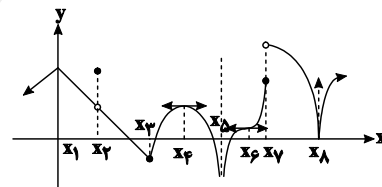
$$\xrightarrow{x=5} d' = \frac{10+7}{2\sqrt{25+35+4}} = \frac{17}{16}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

-۹۴

(آریان میری)

می‌دانیم نقاط بحرانی یک تابع، نقاطی از دامنه تابع هستند که مشتق تابع در آن‌ها یا صفر است یا موجود نیست. از طرفی انتقال افقی تأثیری بر روی تعداد نقاط بحرانی تابع ندارد. پس کافی است نقاط بحرانی همین نمودار داده‌شده را بیابیم.


 $x_1, x_3$ : نقطه گوشه‌ای  $\Leftarrow$  مشتق‌ناپذیر

 $x_2, x_7$ : ناپیوسته  $\Leftarrow$  مشتق‌ناپذیر

 $x_4, x_6$ : دارای خط مماس افقی  $\Leftarrow$  در آن‌ها برابر صفر است.

 $x_8$ : دارای خط مماس قائم  $\Leftarrow$  مشتق‌ناپذیر

ضمناً دقت کنید که  $x_5$  متعلق به دامنه نبوده و بحرانی نیست. پس تعداد

 $x_8, x_7, x_6, x_4, x_3, x_2, x_1$ 

نقاط بحرانی ۷ است؛

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

-۹۵

(مهمر ساسانی)

$$f(x) = (x^2 - 1)\sqrt[3]{x^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = (2x)\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(x^2 - 1) = \frac{8x^2 - 2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 8x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

هم‌چنین در  $x = 0$  مشتق وجود ندارد.

پس مجموعه نقاط بحرانی تابع برابر  $\left\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$  است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

-۹۶

(علی شعراپی)

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{2\sqrt{x}} & ; x \geq 1 \\ 2x+2 & ; x < 1 \end{cases}$$

چون  $f'(-1) = 0$  است،  $x = -1$  حتماً بحرانی است. در نتیجه  $c = -1$ .

پس تابع  $f$  نباید نقطه بحرانی دیگری داشته باشد. بنابراین  $f$  در  $x = 1$  باید مشتق مخالف صفر داشته باشد:

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a + 2 + b \Rightarrow a - b = 3 \quad (*)$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق پذیری}} f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 + 2 \Rightarrow a = 8$$

$$\xrightarrow{(*)} b = 5$$

$$\Rightarrow a + b + c = 8 + 5 + (-1) = 12$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

-۹۷

(کاظم ایلالی)

$$f'(x) = x(-x^2 + 3x - 2) = x(x-1)(-x+2)$$

با تعیین علامت  $f'$  داریم:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$\nearrow$ max	$\searrow$ min	$\nearrow$ max	$\searrow$

بنابراین نمودار تابع  $f$  در  $x = 0$  و  $x = 2$  ماکزیمم نسبی و در  $x = 1$

مینیمم نسبی دارد. پس مجموع طول نقاط ماکزیمم نسبی برابر ۲ است.

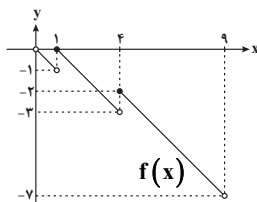
(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

-۹۸

(میثم خلّاح)

می‌توان تابع را در بازه مذکور به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} -x & ; 0 < x < 1 \\ 1-x & ; 1 \leq x < 4 \\ 2-x & ; 4 \leq x < 9 \end{cases}$$



نمودار دارای ۲ ماکزیمم نسبی در  $x = 1$  و  $x = 4$  و فاقد مینیمم نسبی است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

-۹۹

(ممید علینازره)

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x = 0$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x(x-2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$f''(x) = -3x^2 + 8x - 4 = -(3x-2)(x-2)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = 2 \end{cases}$$

با تعیین علامت  $f'$  و  $f''$  داریم:

x	0	$\frac{2}{3}$	2
$f''$	-	+	-
$f'$	+	-	-
f	↗	↘	↘
	max نسبی	عطف	عطف

بنابراین نمودار تابع  $f$  دارای یک نقطه ماکزیمم نسبی و دو نقطه عطف است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

-۱۰۰

(میوانیش نیکنام)

$$D_f = [-a, a]$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} - \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^2 - 2x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{-a}{\sqrt{2}} \text{ نقاط بحرانی}$$

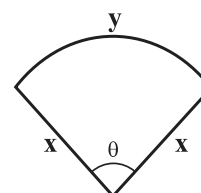
$$\begin{cases} f(a) = f(-a) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} f\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) = \frac{a^2}{2} \text{ ماکزیمم مطلق} \\ f\left(-\frac{a}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{a^2}{2} \text{ مینیمم مطلق} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a^2}{2}\right)\left(-\frac{a^2}{2}\right) = \frac{-a^4}{4} \Rightarrow a^4 = 81 \Rightarrow a = \pm 3$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

-۱۰۱

(میوانیش نیکنام)



مطابق شکل داریم:

$$2x + y = 40 \Rightarrow y = 2(20 - x)$$

مساحت قطاعی با زاویه  $\theta$  رادیان از دایره‌ای به شعاع  $r$  برابر است با

$$\Rightarrow S(x) = \frac{1}{2}x^2\theta = \frac{1}{2}x^2\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{1}{2}xy \quad \text{بنابراین داریم: } \frac{1}{2}\theta r^2$$

$$= \frac{1}{2}x(2(20 - x)) = -x^2 + 20x$$

رأس سهمی  $S(x)$  نقطه  $(10, 100)$  است؛ یعنی به ازای شعاع  $x = 10$ ،

مساحت قطاع حداکثر مقدار ممکن خواهد بود.

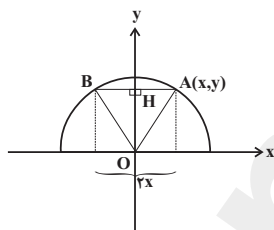
(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

-۱۰۲

(آریان هیدری)

با توجه به ثابت بودن کل مساحت سطح محصور بین نمودار تابع و محور  $x$ ها،

برای آن که مساحت قسمت هاشورخورده، کمترین مقدار ممکن شود، لازم

است که مساحت مثلث  $OAB$  بیشترین مقدار باشد.اگر مختصات رأس  $A$  از مثلث را  $(x, y)$  در نظر بگیریم، قاعده مثلث $(AB)$  برابر  $2x$  و ارتفاع مثلث  $(OH)$  برابر  $y$  خواهد بود. پس مساحت این

$$S = \frac{1}{2}(AB)(OH) = \frac{1}{2}(2x)(y) = xy \quad \text{مثلث متساوی الساقین برابر است با: } xy$$

$$\Rightarrow S(x) = x\sqrt{2-x^2}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0 \Rightarrow 1 \times \sqrt{2-x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}} \times x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2-x^2) - x^2}{\sqrt{2-x^2}} = 0 \Rightarrow 2 - 2x^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{\text{در ربع اول}} x = 1$$

$$\Rightarrow OH = y = \sqrt{2-x^2} \xrightarrow{x=1} y = 1$$

حال از آن جا که در مثلث متساوی الساقین، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده بر

هم منطبق‌اند، مقدار میانه نیز برابر ۱ خواهد بود.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

-۱۰۳

(مهمربوار ممسنی)

یک تابع پیوسته هنگامی یکنواست که علامت مشتق در آن تغییر نکند.

$$y' = 6x^2 + 6mx + 24$$

پس باید مشتق عبارت که در اینجا یک تابع درجه دوم است تغییر علامت

ندهد، یعنی  $\Delta \leq 0$  باشد.

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 36(m^2 - 16) \leq 0 \Rightarrow m^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

-۱۰۴

(میلاد منصوری)

واضح است که نمودار تابع  $y = xf(x-1)$  در  $x = -4$  بر محور  $x$  ها

مماس است. بنابراین داریم:

$$xf(x-1) = ax^3 + bx^2 + \lambda x = ax(x+4)^2$$

$$\Rightarrow ax^3 + bx + \lambda = a(x^3 + \lambda x + 16)$$

$$= ax^3 + \lambda ax + 16a \Rightarrow \begin{cases} b = \lambda a \\ \lambda = 16a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 4$$

$$\Rightarrow xf(x-1) = \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + \lambda x \Rightarrow f(x-1) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + \lambda$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 4(x+1) + \lambda = \frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{25}{2}$$

$$\Rightarrow xf(x) = \frac{1}{2}x^3 + 5x^2 + \frac{25}{2}x$$

$$\Rightarrow (xf(x))' = \frac{3}{2}x^2 + 10x + \frac{25}{2}$$

برای اینکه تابع  $y = xf(x)$  نزولی باشد، مشتق آن باید نامثبت باشد.

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x^2 + 10x + \frac{25}{2} \leq 0 \Rightarrow x \in \left[-5, -\frac{5}{3}\right]$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

-۱۰۵

(عرفان صادقی)

با توجه به نمودار  $f''$ ، جواب معادله  $f'' = 0$ ، مثبت است. بنابراین باید طول

نقطه عطف  $f$  مثبت باشد. پس گزینه «۱» نادرست است.

همچنین بعد از نقطه عطف،  $f'' > 0$  و تقعر  $f$  رو به بالاست و قبل از آن،

$f'' < 0$  و تقعر  $f$  رو به پایین است. بنابراین گزینه‌های «۲» و «۴» نیز

نادرست و گزینه «۳» پاسخ صحیح خواهد بود.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۶)

-۱۰۶

(حمید علیزاده)

$$f(x) = x(x+1)|x-1| = \begin{cases} x(x+1)(x-1) & ; x \geq 1 \\ -x(x+1)(x-1) & ; x < 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^3 - x & ; x \geq 1 \\ -x^3 + x & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & ; x > 1 \\ -3x^2 + 1 & ; x < 1 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \begin{cases} 6x & ; x > 1 \\ -6x & ; x < 1 \end{cases}$$

برای پیدا کردن نقاط مورد نظر، باید معادله  $f''(x) = 0$  را حل کنیم:

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \Rightarrow x = 0 > 1 \\ -6x = 0 \Rightarrow x = 0 < 1 \end{cases} \text{ غ.ق.ق. ۱}$$

با تعیین علامت  $f''$  داریم:

	۰	۱	
$f''$	+	-	+
$f$	∪	∩	∪

بنابراین جهت تقعر نمودار  $f$ ، در نقاط  $x = 0$  و  $x = 1$  عوض می‌شود.

تابع در  $x = 1$ ، مشتق اول و دوم ندارد.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۶)

-۱۰۷

(کاظم ایلالی)

توجه کنید که

$$f'(x) = 2x - k^2 \sin x \Rightarrow f''(x) = 2 - k^2 \cos x$$

چون نمودار تابع  $f$  نقطه عطف ندارد پس علامت  $f''(x)$  باید همواره

نامنفی باشد یا باید همواره نامثبت باشد.

بنابراین تابع  $f'$ ، حتماً باید به صورت زیر باشد:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lambda x^3 - 24x^2 + 2ax = \lambda x(x - x_0)^2 \\ &= \lambda x^3 - 16x_0x^2 + 8x_0^2x \end{aligned}$$

که از برابری این دو ضابطه به سادگی نتیجه می‌شود:

$$x_0 = \frac{3}{2}, a = 9$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

(موانیش نیکنام)

-۱۱۰

معادله را به صورت  $x^3 - 6x^2 = k - 1$  بازنویسی می‌کنیم. برای بررسی

جواب‌های این معادله، کافی است نقاط برخورد نمودار تابع

$f(x) = x^3 - 6x^2$  و خط  $y = k - 1$  را بررسی کنیم.

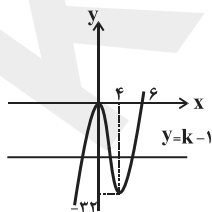
$$f(x) = x^3 - 6x^2 = x^2(x - 6)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \\ x = 4 \Rightarrow f(4) = -32 \end{cases}$$

با تعیین علامت  $f'$  داریم:

	۰	۴	
$f'$	+	-	+
	↗	↘	↗
	max نسبی	min نسبی	

بنابراین نمودارهای موردنظر، مطابق شکل زیر هستند:



برای این که این دو نمودار، سه نقطه برخورد داشته باشند؛ کافی است

نامعادله  $0 < -1 < k - 32$  برقرار باشد:

$$\Rightarrow -31 < k < 1$$

کمترین مقدار صحیح  $k$ ،  $-30$  است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

$$-1 \leq -\cos x \leq 1 \Rightarrow -k^2 \leq -k^2 \cos x \leq k^2$$

$$2 - k^2 \leq 2 - k^2 \cos x \leq 2 + k^2$$

برای این که  $f''(x)$  همواره نامنفی باشد باید داشته باشیم:

$$2 - k^2 \geq 0 \Rightarrow |k| \leq \sqrt{2}$$

برای این که  $f''(x)$  همواره نامثبت باشد باید داشته باشیم:

$$2 + k^2 \leq 0$$

که این رابطه امکان‌پذیر نیست.

$$\Rightarrow |k| \leq \sqrt{2}$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

(میلاد سفاری لاریجانی)

-۱۰۸

$$f'(x) = \frac{(x^2 + a) - 2x(x+1)}{(x^2 + a)^2} = \frac{-x^2 - 2x + a}{(x^2 + a)^2}$$

طول اکسترمم‌های نمودار تابع، جواب‌های معادله  $f'(x) = 0$  است.

$$\Rightarrow x^2 + 2x - a = 0 \quad (*)$$

با توجه به نمودار، این مقادیر  $-b$  و  $\frac{3}{b}$  هستند.

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب طول نقاط} = (-b) \left( \frac{3}{b} \right) = -3 = -a \Rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{(*)} x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 = -b \Rightarrow b = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 6$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۴)

(سیرعادل حسینی)

-۱۰۹

$$f'(x) = \lambda x^3 - 24x^2 + 2ax$$

نقطه  $x = x_0$ ، نقطه عطف تابع است که خط مماس بر نمودار تابع در این

نقطه افقی است. این یعنی  $x = x_0$  باید صفرهای هر دو تابع  $f'$  و  $f''$  باشد.

هندسه ۳

-۱۱۱

(فسین فزایی)

خط هادی سهمی، خطی افقی است، بنابراین سهمی قائم است و با توجه به مختصات کانون، دهانه سهمی رو به بالا است. فاصله کانون تا خط هادی سهمی، دو برابر فاصله کانونی سهمی است، بنابراین داریم:

$$2a = 5 - 1 = 4 \Rightarrow a = 2$$

با توجه به این که رأس سهمی دقیقاً وسط خط هادی و کانون سهمی قرار دارد، پس  $S(3, 3)$  رأس سهمی است و در نتیجه داریم:

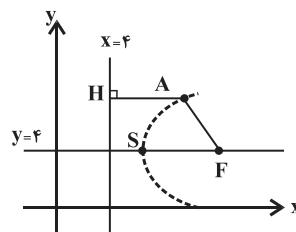
$$(x-3)^2 = 4(y-3) \xrightarrow{x=0} 9 = 4(y-3)$$

$$\Rightarrow y-3 = \frac{9}{4} \Rightarrow y = \frac{33}{4}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

-۱۱۲

(فسین فزایی)



خط هادی سهمی، خطی قائم است، بنابراین سهمی افقی است و چون نقطه A در سمت راست خط هادی است، پس دهانه سهمی رو به راست باز می‌شود. می‌دانیم هر نقطه روی سهمی از خط هادی و کانون آن به یک فاصله است و در ضمن کانون همواره روی محور تقارن سهمی قرار دارد. پس با فرض  $F(x, 4)$  داریم:

$$|AH| = |AF| \Rightarrow 9 - 4 = \sqrt{(9-x)^2 + (4-4)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 = (9-x)^2 + 0 \Rightarrow 9-x = \pm 5 \Rightarrow x = 14 \text{ یا } 4$$

و چون S وسط کانون و خط هادی قرار دارد، پس در صورتی که  $F(14, 4)$

باشد، رأس سهمی نقطه  $S(\frac{17}{2}, 4)$  و در صورتی که  $F(5, 4)$  باشد، رأس

سهمی نقطه  $S(\frac{9}{2}, 4)$  است.

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

-۱۱۳

(امیرفسین ایومفیوب)

اگر a فاصله کانونی، d قطر قاعده و h عمق (گودی) یک آینه سهموی

باشد، آنگاه رابطه  $a = \frac{d^2}{16h}$  برقرار است. داریم:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{d_1^2}{16h_1}}{\frac{d_2^2}{16h_2}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times \left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \left(\frac{60}{100}\right)^2 \times \frac{40}{30}$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{4}{3} = \frac{9}{25} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{25}$$

$$\xrightarrow{a_2=a} \frac{a_1}{a} = 0 / 48 \Rightarrow a_1 = 0 / 48a$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۵۸)

-۱۱۴

(امیرفسین ایومفیوب)

نقطه  $D(2, 0, -2)$  بر روی یکی از وجه‌های مکعب به معادله

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq y \leq 3 \\ z = -2 \end{cases} \quad \text{قرار دارد ولی روی هیچ یک از یال‌های مکعب واقع نیست.}$$

نقطه  $A(1, 3, 2)$  یکی از رأس‌های مکعب (محل تقاطع سه یال) است. نقطه

$B(2, 1, -2)$  نیز روی یکی از یال‌های مکعب واقع شده که محل تقاطع دو

$$\text{وجه به معادلات } \begin{cases} x=3 \\ -1 \leq y \leq 3 \\ -2 \leq z \leq 2 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq y \leq 3 \\ z = -2 \end{cases} \text{ است. نقطه}$$

$C(0, -1, 1)$  خارج مکعب واقع شده است.

(هنرسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

$$= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۸

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (4 - m, mn - 2, 1 - 2n)$$

تصویر بردار  $\vec{c}$  روی محور  $x$  ها برابر ۱ است، بنابراین داریم:

$$4 - m = 1 \Rightarrow m = 3$$

طول تصویر بردار  $\vec{c}$  روی صفحه  $xz$  برابر ۲ است، در نتیجه داریم:

$$2 = \sqrt{(4-m)^2 + (1-2n)^2} \xrightarrow{m=3} (1-2n)^2 = 3$$

$$\Rightarrow 1 - 4n + 4n^2 = 3 \Rightarrow 4n^2 - 4n - 2 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 32}}{8} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{8} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

(سیرامیر ستوده)

-۱۱۹

ابتدا دو بردار  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  را تشکیل می‌دهیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{AB} &= (-3, -3, 3) \\ \vec{AC} &= (-1, -1, 0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = (3, -3, 0)$$

مساحت مثلث  $ABC$  برابر است با:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

(عسین فزایی)

-۱۲۰

شرط آن که چهار نقطه  $A, B, C$  و  $D$  روی یک صفحه باشند آن است که

سه بردار  $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$  هم‌صفحه باشند، به عبارتی  $\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = 0$  باشد.

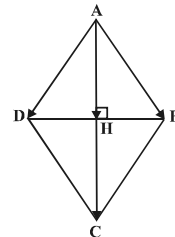
$$\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = 0 \Rightarrow (-2, 2, -2) \cdot ((2, 1, -1) \times (-1, 1, m-2)) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & m-2 \end{vmatrix} = -6m + 6 = 0 \Rightarrow m = 1$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(مهردار ملونری)

-۱۱۵



مطابق شکل، قطر بزرگ لوزی حاصل برآیند دو بردار  $\vec{AB}$  و  $\vec{AD}$  می‌باشد.

اگر  $H$  محل برخورد قطرهای کوچک و بزرگ لوزی باشد، آنگاه داریم:

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} = 2\vec{AH} \Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AD}| = 2|\vec{AH}|$$

مثلث  $ABD$  مثلثی متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۲ واحد است که طول ارتفاع

$$\text{آن برابر } \frac{\sqrt{3}}{2}(2) = \sqrt{3} \text{ می‌باشد. بنابراین داریم: } |\vec{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}(2) = \sqrt{3}$$

$$|\vec{AB} + \vec{AD}| = 2|\vec{AH}| = 2\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۶

$$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{85} \Rightarrow |2\vec{a} + 3\vec{b}|^2 = 85$$

$$\Rightarrow 4|\vec{a}|^2 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2 = 85$$

$$\Rightarrow 16 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 45 = 85 \Rightarrow 12\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$$

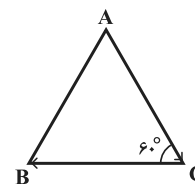
اگر بردار  $\vec{a}'$  تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر راستای بردار  $\vec{b}$  باشد، داریم:

$$|\vec{a}'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(سروش موئینی)

-۱۱۷



$BC, AC$  و  $AB$ ، هر سه قطر وجه‌های مکعب هستند، پس مثلث  $ABC$

متساوی‌الاضلاع است و زاویه  $ACB$  برابر  $60^\circ$  خواهد بود. چون انتهای

برداری  $\vec{AC}$  بر ابتدای بردار  $\vec{CB}$  منطبق است، پس زاویه بین دو بردار

$\vec{AC}$  و  $\vec{CB}$ ، مکمل زاویه  $ACB$  یعنی برابر  $120^\circ$  است و داریم:

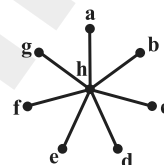
$$\vec{AC} \cdot \vec{CB} = |\vec{AC}| |\vec{CB}| \cos 120^\circ$$

## ریاضیات گسسته

-۱۲۱

(کیوان دارابی)

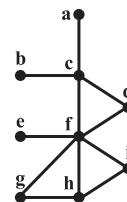
چون گراف دارای یک  $v$ -مجموعه با اندازه یک است، پس قطعاً رأسی در گراف وجود دارد که با تمام رئوس دیگر گراف مجاور باشد. حال اگر هیچ دو رأس دیگری در گراف مجاور یکدیگر نباشند، آنگاه مطابق شکل، مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای این گراف است، یعنی حداکثر تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای برابر ۷ است.



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۴)

-۱۲۲

(امیرمسین ابومضوب)



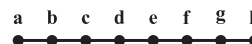
مجموعه  $\{c, f, h\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال برای گراف  $G$  است، پس عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است. حال با افزودن یال  $fg$ ، مجموعه  $\{c, f\}$  قادر به احاطه تمام رئوس گراف است. پس عدد احاطه‌گری گراف برابر ۲ خواهد بود. در صورت افزودن هر یک از یال‌های  $ab$ ،  $di$  و  $fb$  به گراف  $G$ ، عدد احاطه‌گری گراف باز هم برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۴)

-۱۲۳

(امیرمسین ابومضوب)

عدد احاطه‌گری گراف  $P_8$ ، برابر  $\left\lfloor \frac{8}{3} \right\rfloor = 3$  است.

مطابق شکل، مجموعه‌های احاطه گر مینیمال گراف  $P_8$  عبارت‌اند از:
 $\{a, d, g\}, \{b, d, g\}, \{b, e, g\}, \{b, e, h\}$ 

دقت کنید که در هر مجموعه احاطه گر مینیمال این گراف، یک رأس از میان  $a$  و  $b$  و یک رأس از میان  $g$  و  $h$  باید موجود باشد و بین هر دو رأس

موجود در مجموعه احاطه گر مینیمال، حداکثر باید به اندازه دو رأس فاصله وجود داشته باشد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۴)

-۱۲۴

(علی ایمانی)

$$\frac{4}{\text{فرد}} \times \frac{3}{\text{زوج}} \times \frac{3}{\text{فرد}} \times \frac{2}{\text{زوج}} \times \frac{2}{\text{فرد}} \times \frac{1}{\text{زوج}} \times \frac{1}{\text{فرد}}$$

مطابق شکل تعداد حالت‌هایی که ۴ رقم فرد و ۳ رقم زوج می‌تواند به صورت یک در میان قرار گیرند، برابر  $4! \times 3!$  است. با توجه به این که هر یک از ارقام ۲، ۳ و ۵، دو بار تکرار شده‌اند، تعداد اعداد هفت رقمی مورد نظر برابر

$$\frac{4! \times 3!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{24 \times 6}{8} = 3 \times 6 = 18 \quad \text{است با،}$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

-۱۲۵

(کاظم باقرزاده پوره)

با توجه به شرط  $x_i \geq i+1$  ( $i=1, 2, 3$ )، سه متغیر  $y_1$ ،  $y_2$  و  $y_3$  را می‌توان در معادله جایگزین کرد:

$$x_1 = y_1 + 2, x_2 = y_2 + 3, x_3 = y_3 + 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 2$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله برابر است با:

$$\binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

-۱۲۶

(علیرضا شریف فطیعی)

حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{11-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

$$x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4-1}{3-1} = \binom{3}{2} = 3$$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی معادله برابر است با:  $45 + 3 = 48$ 

(ریاضیات گسسته-ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۲۷-

(کیوان دارایی)

		۳	۴
۴		۱	
۳	۴	۲	
		۴	

درایه واقع در سطر اول ستون سوم این مربع لاتین قطعاً برابر ۳ است، چون در سطر اول عدد ۴ و در ستون سوم اعداد ۱ و ۲ موجود هستند. در نتیجه درایه واقع در سطر چهارم ستون سوم یعنی  $z$ ، قطعاً برابر ۴ است. در سطر سوم یکی از درایه‌ها باید برابر ۴ باشد که چون در ستون چهارم، عدد ۴ وجود دارد، لزوماً ۴ باید در ستون دوم این سطر قرار داده شود، یعنی  $y = 4$  است. همچنین در سطر دوم نیز یکی از درایه‌ها باید برابر ۴ باشد که چون در ستون‌های دوم تا چهارم، عدد ۴ موجود است، فقط درایه ستون اول از این سطر می‌تواند برابر ۴ شود، پس  $x = 4$  است. در نتیجه  $x + y + z = 12$  است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۲۸-

(هومن نورائی)

هر کدام از این توابع به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$f = \{(1,1), (2,2), (3,0), (4,0), (5,0), (6,0)\}$$

اگر مجموعه این دسته از توابع را با  $S$  و زیر مجموعه‌هایی از  $S$  که برد آنها به ترتیب فاقد ۳ و فاقد ۴ باشد را با  $A$  و  $B$  نمایش دهیم، داریم:

$$|S| = 4^4 = 256$$

$$|A| = |B| = 3^4 = 81$$

$$|A \cap B| = 2^4 = 16$$

در این صورت مجموعه توابع پوشا معادل مجموعه  $\bar{A} \cap \bar{B}$  است. داریم:

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$= 256 - (81 + 81 - 16) = 256 - 146 = 110$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

۱۲۹-

(سروش موئینی)

اعداد دو رقمی مضرب ۳ عبارت‌اند از ۱۲، ۱۵، ۱۸، ...، ۹۶ و ۹۹، که در مجموع ۳۰ عدد هستند.

حالت‌هایی که مجموع دو عدد از میان این اعداد برابر ۹۶ است، عبارت‌اند از  $(12, 84)$ ،  $(15, 81)$ ، ... و  $(45, 51)$  که شامل ۱۲ گروه است. همچنین اعداد ۴۸، ۸۷، ۹۰، ۹۳، ۹۶ و ۹۹ در هیچ گروهی نیستند.

در بدترین حالت از هر گروه یک عضو و تمام اعداد بدون گروه را انتخاب می‌کنیم (روی هم ۱۸ = ۱۲ + ۶ عضو) و در انتخاب نوزدهم مطمئن هستیم که قطعاً دو عدد با مجموع ۹۶ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۳۰-

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر  $a$  و  $b$  دو عضو از اعضای مجموعه  $A$  باشند، آنگاه می‌توان آنها رابه صورت  $a = 2^{\alpha_1} \times 3^{\beta_1} \times 5^{\gamma_1}$  و  $b = 2^{\alpha_2} \times 3^{\beta_2} \times 5^{\gamma_2}$  نمایش داد. در

این صورت حاصل ضرب آنها به صورت

$$ab = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \times 3^{\beta_1 + \beta_2} \times 5^{\gamma_1 + \gamma_2}$$

تمامی توان‌های آن زوج باشد و این موضوع در حالتی ممکن است که

توان‌های پایه‌های مشابه در  $a$  و  $b$ ، همزمان هر دو زوج و یا هر دو فرد

باشند. چون سه پایه مختلف وجود دارد پس در مجموع  $2 \times 2 \times 2 = 8$  حالت

مختلف برای زوج یا فرد بودن توان‌ها در هر کدام از اعداد  $a$  یا  $b$  وجود

دارد. در نتیجه با انتخاب ۹ عضو از مجموعه  $A$ ، قطعاً حداقل دو عضو وجود

دارند که توان‌های هر سه پایه از نظر زوج یا فرد بودن، دقیقاً مانند یکدیگر

بوده و در نتیجه حاصل ضرب آنها مربع کامل است.

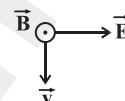
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

## فیزیک ۳

-۱۳۱

(سعیر شرق)

طبق قاعده دست راست، اگر چهار انگشت باز دست راست در جهت میدان الکتریکی و انگشت شست در جهت انتشار موج الکترومغناطیسی (پرتوی نور) باشد، جهت چرخش چهار انگشت (یا کف دست) در جهت میدان مغناطیسی خواهد بود که در این سؤال به سمت جنوب خواهد شد.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

-۱۳۲

(امبرسین میوزی)

همان‌طور که می‌دانیم فاصله بین دو تراکم (جمع‌شدگی) یا دو انبساط (باز شدگی) متوالی برابر با طول موج ( $\lambda$ ) است. همچنین فاصله بین مرکز یک تراکم با مرکز انبساط مجاور آن برابر با نصف طول موج ( $\frac{\lambda}{2}$ ) است. با این توضیحات فاصله مشخص شده در شکل برابر است با:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{3\lambda}{2} \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

حال طبق رابطه تندی انتشار موج داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{v = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3.6 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\lambda = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}} \Rightarrow \frac{20}{0.2} = \frac{20}{f} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۷)

-۱۳۳

(تبدیل به تست؛ امبرسین میوزی)

موج طولی را با  $L$  و موج عرضی را با  $T$  نشان می‌دهیم. طبق رابطه

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \text{ اختلاف زمانی رسیدن دو موج را تعیین می‌کنیم:}$$

$$\Delta t = \Delta t_T - \Delta t_L \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_T} - \frac{\Delta x}{v_L}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \Delta x \left( \frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L} \right) \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta t}{\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L}}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{1}{50} - \frac{1}{150}} = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{2}{150}} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ تمرین ۲۲ کتاب درسی، صفحه ۸۷)

-۱۳۴

(سیر علی میرنوری)

با توجه به رابطه مربوط به تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 44 \text{ dB}} 44 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 4/4 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 5 - 2 \times 0/3 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 5 \log 10 - 2 \log 2 = \log \frac{I}{I_0}$$

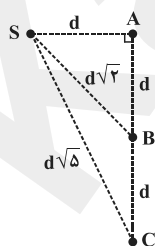
$$\Rightarrow \log 10^5 - \log 2^2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{10^5}{4} = \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{I} \Rightarrow I = \frac{1}{40} \times 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \Rightarrow I = 2.5 \times 10^{-8} \frac{\mu\text{W}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

-۱۳۵

(بینا شورشیر)



اختلاف تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل بین دو نقطه را می‌توان از رابطه

زیر محاسبه کرد:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_1} \right)$$

$$\frac{I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}}{\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2}$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه A و B داریم:

(امیرمسین میوزی)

۱۳۸-

زاویه‌ای که جبهه‌های موج تخت با سطح مانع تخت می‌سازند معادل زاویه‌ای است که پرتوی تابیده با خط عمود بر سطح مانع تخت (زاویه تابش) می‌سازد. بنابراین زاویه بین جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده معادل زاویه بین پرتوی تابش و بازتابش از سطح مانع تخت است. در نتیجه طبق توضیحات داده شده و قانون بازتاب عمومی داریم:

$$30^\circ = \text{زاویه بازتابش} \Rightarrow \text{زاویه تابش} = 30^\circ$$

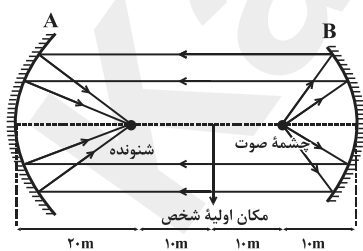
$$60^\circ = \text{زاویه بین پرتوهای تابش و بازتابش} = \text{زاویه بین جبهه‌های موج تابیده و بازتابیده} \Rightarrow$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۹۱)

(امیرمسین میوزی)

۱۳۹-

وقتی شخص اول موج صوتی ایجاد می‌کند، به دلیل این که شخص در کانون سطح کاو B قرار دارد، پرتوهای موج همگی موازی محور اصلی از سطح کاو B بازتاب می‌کنند. چون این پرتوها موازی محور اصلی به سطح کاو A می‌رسند، پس بازتاب آن‌ها همگی از فاصله کانونی سطح کاو A عبور می‌کنند. پس شخص دوم باید روی کانون سطح کاو A قرار گیرد؛ یعنی طبق شکل شخص باید ۱۰m در جهت چپ (به سمت کانون سطح کاو A) حرکت کند.



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۹۲)

(سعید طاهری پروینی)

۱۴۰-

در روزهای گرم، هرچه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، دما افزایش می‌یابد. بنابراین چگالی هوا در نزدیکی سطح زمین کاهش می‌یابد که این سبب کاهش ضریب شکست و افزایش سرعت انتقال موج می‌شود.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left( \frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 10 \log \left( \frac{d\sqrt{2}}{d} \right)^2 = 3$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه B و C داریم:

$$\beta_B - \beta_C = 10 \log \left( \frac{r_C}{r_B} \right)^2 = 10 \log \left( \frac{d\sqrt{5}}{d\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= 10 \log \frac{5}{2} = 10 (\log 5 - \log 2)$$

$$\xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2} \beta_B - \beta_C = 10 (1 - 2(0.3)) = 4$$

بنابراین:

$$\frac{\beta_B - \beta_C}{\beta_A - \beta_B} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(سیرعلی میرنوری)

۱۳۶-

زمانی که ناظر (شنونده) ساکن بوده و چشمه صوتی به آن نزدیک می‌شود (حالت الف)، فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه صوتی کمتر از پشت آن خواهد شد و بنابراین ناظر ساکنی که چشمه صوتی به آن نزدیک می‌شود، طول موج کوتاه‌تری را نسبت به وضعیتی که چشمه صوتی ساکن باشد، اندازه می‌گیرد. زمانی که چشمه ساکن است و ناظر به آن نزدیک می‌شود، طول موج در جلو و عقب چشمه صوتی یکسان است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

(شادمان ویسی)

۱۳۷-

وقتی تپ به تکیه‌گاه می‌رسد، نیرویی به آن وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتون، تکیه‌گاه نیز نیرویی با اندازه برابر و در جهت مخالف به ریسمان وارد می‌کند و باعث می‌شود تپ فرودی علاوه بر تغییر جهت، قرینه نیز شود. با این توضیحات، شکل گزینه «۱» نمی‌تواند بیانگر شکل تپ در لحظه‌های بعد از لحظه نشان داده شده در صورت سؤال باشد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۹۰)

$$f_n = \frac{n}{2L} \times \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \times \frac{L'}{L} \times \frac{D'}{D} \sqrt{\frac{F}{F'} \times \frac{\rho'}{\rho}}$$

$$\frac{n=n'=1, L=L'}{D=2D', F=2F', \rho=\rho'} \rightarrow \frac{f}{f'} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2 \times 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(سیدعلی میرنوری)

۱۴۴-

می‌دانیم که در تار مرتعش با دو انتهای ثابت، اختلاف بسامد دو هماهنگ

متوالی  $(f_{n+1} - f_n)$  برابر با  $f_1$  است، بنابراین برای بسامد بیشتر که ۴ گره

دارد، هماهنگ سوم آن تولید شده و برای بسامد هماهنگ سوم داریم:

$$f_3 = 3f_1$$

بدیهی است که برای تولید بسامد هماهنگ دیگر (هماهنگ کمتر) داریم:

$$f_2 = 2f_1 = 2 \times 130 \Rightarrow f_2 = 260 \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

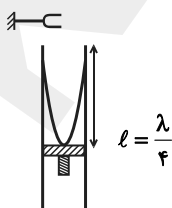
(سیدعلی میرنوری)

۱۴۵-

در ابتدا طول موجی که در لوله (هنگام تشدید بسامد دیاپازون) تولید می‌شود

را می‌یابیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{165} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$



حال برای اینکه اولین بار بسامد دیاپازون تشدید شود، باید طول این لوله یک

انتها بسته برابر  $\frac{\lambda}{4}$  باشد. بنابراین داریم:

$$\ell = \frac{\lambda}{4} = 50 \text{ cm} \quad \Delta t = \frac{\ell}{v} = \frac{50}{250} = 0.2 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 2/25 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه ۱۰۸)

(سیدعلی میرنوری)

۱۴۱-

پس از برخورد مایل پرتوهای موازی به سطح مشترک آب و هوا، پرتویی که

دارای بسامد بیشتری است، بیشتر منحرف می‌شود. دلیل این پدیده هم

وابستگی ضریب شکست یک محیط به بسامد نور عبوری از آن محیط است

که برای پرتوهای با بسامد بیش‌تر (طول‌موج کمتر) بیش‌تر است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه ۱۰۰)

(بیثا خورشید)

۱۴۲-

پهنای نوارهای تداخلی روشن و تاریک در آزمایش ینگ با طول‌موج نور

مورد آزمایش متناسب است.

فاصله بین دو نقطه مورد نظر در دو حالت یکسان است. پس هرچه طول‌موج

کمتر باشد، در فاصله‌ای مشخص، تعداد نوار تداخلی بیشتری جای خواهد

گرفت:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{v=\frac{c}{n}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{\lambda_2 = 5}{\lambda_1 = 6} \xrightarrow{n_1=1} \frac{5}{6} = \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_2 = \frac{6}{5}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

(روبن هوانسیان)

۱۴۳-

بسامد تار مرتعشی که دو انتهای آن بسته است از رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$

به‌دست می‌آید و سرعت انتشار موج عرضی در طول آن از روابط زیر محاسبه

می‌شود.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho V}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

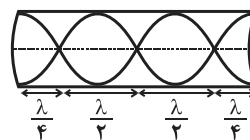
با توجه به داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

-۱۴۶

(سیدعلی میرنوری)

در لوله‌های صوتی، فاصله گره‌های مجاور از هم برابر با  $\frac{\lambda}{2}$  و فاصله گره‌ها از شکم‌های مجاور برابر با  $\frac{\lambda}{4}$  است. از آنجایی که طول این لوله صوتی برابر با  $\frac{3\lambda}{4}$  است، نمی‌تواند «یک انتها بسته» باشد زیرا نخستین مد لوله صوتی یک انتها بسته دارای طولی معادل  $\frac{\lambda}{4}$  است که در مدهای بعدی طولی معادل  $\frac{\lambda}{2}$  به آن افزوده می‌شود. بنابراین این لوله مطابق شکل زیر «دو انتها باز» است و مد سوم خود (دارای ۳ گره) را تولید کرده است، داریم:

$$L = \frac{3\lambda}{4} = 1.5\lambda$$



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۱۰۸)

-۱۴۷

(ناصر فوارزمی)

با توجه به رابطه انرژی  $n$  فوتون با بسامد  $f$ ، می‌توان نوشت:

$$E = nhf \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_{\text{گاما}}}{E_{\text{فوتون}}} = \frac{n_{\text{گاما}}}{n_{\text{فوتون}}} \times \frac{\lambda_{\text{فوتون}}}{\lambda_{\text{گاما}}}$$

$$\frac{E_{\text{گاما}} = E_{\text{فوتون}}, n_{\text{گاما}} = 1}{\lambda_{\text{فوتون}} = 5\mu\text{m}, \lambda_{\text{گاما}} = 0.2\text{pm}} \rightarrow 1 = \frac{1}{n_{\text{فوتون}}} \times \frac{5 \times 10^{-6}}{0.2 \times 10^{-12}}$$

$$\Rightarrow n_{\text{فوتون}} = 2.5 \times 10^7 \text{ فوتون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

-۱۴۸

(عبدالرضا امینی نسب)

افزایش شدت نور فرودی، فقط تعداد فوتوالکترون‌ها را افزایش می‌دهد و انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند. بنابراین گزینه‌های «۱» و «۴»

نادرست می‌باشند.

از طرفی در طیف نور مرئی قرمز بیشترین طول‌موج و بنفش کمترین طول‌موج را دارد.

بنفش-نیلی-آبی-سبز-زرد-نارنجی-قرمز

→ کاهش طول‌موج

اگر طول‌موج نور به کار رفته بلندتر باشد، بسامد آن کمتر است ( $hf$  کاهش می‌یابد) و لذا انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها کاهش خواهد یافت. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

-۱۴۹

(زهره آقاممدری)

طبق معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\text{max}} = hf - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = hf - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{9/1 \times 10^{-31} \times 25 \times 10^{10}}{1/6 \times 10^{-19}} = hf - 4$$

$$\Rightarrow hf = 4 + 0.71 = 4.71\text{eV}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

-۱۵۰

(زهره آقاممدری)

بسامد آستانه فلز برابر است با:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} \Rightarrow \frac{c}{\lambda_0} = \frac{W_0}{h} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_{0A} = \frac{1240}{4/5} = 275 \text{ nm} \\ \lambda_{0B} = \frac{1240}{5} = 248 \text{ nm} \end{cases}$$

برای اینکه پدیده فوتوالکتریک رخ دهد طول‌موج نور فرودی باید از طول‌موج آستانه کمتر باشد. گزینه «۴» از هر دو طول‌موج آستانه کوچکتر است.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

-۱۵۱

(سعید شرق)

هنگامی که بیشینه تندی خروج فوتوالکترون ها  $\sqrt{3}$  برابر می شود، بیشینه انرژی جنبشی آن ها سه برابر خواهد شد.

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{(K_{\max})_2}{(K_{\max})_1} = 3$$

حال طبق معادله فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow hf = K_{\max} + W_0$$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{(K_{\max})_2 + W_0}{(K_{\max})_1 + W_0}$$

$$\frac{f_2 = nf_1}{(K_{\max})_2 = 3(K_{\max})_1} \Rightarrow n = \frac{3(K_{\max})_1 + W_0}{(K_{\max})_1 + W_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 + \frac{3(K_{\max})_1}{(K_{\max})_1 + W_0} \Rightarrow n > 1 \\ n = 3 - \frac{2W_0}{(K_{\max})_1 + W_0} \Rightarrow n < 3 \end{cases} \Rightarrow 1 < n < 3$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

-۱۵۲

(سعید طاهری بروجنی)

با استفاده از معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1/2 \times 10^{-6}} = \frac{0.01}{10^{-9}} \times \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{4n^2} \right) \Rightarrow \frac{10^7}{12} = 10^7 \times \frac{3}{4n^2}$$

$$\Rightarrow n' = 3$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

-۱۵۳

(میثم شتیان)

با استفاده از رابطه ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن، داریم:

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow \frac{E_n}{E_{n'}} = \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{1}{n^2} \Rightarrow n = 5$$

بنابراین الکترون ابتدا در تراز  $n = 5$  قرار داشته است.

با گذار الکترون از تراز  $n = 5$  به تراز  $n' = 2$ ، پرتویی از رشته بالمر گسیل می شود و ناحیه طیف این پرتوها در محدوده فرابنفش و مرئی است و طبق متن کتاب درسی به ازاء  $n = 3, 4, 5, 6$ ، طول موج های گسیلی رشته بالمر در محدوده نور مرئی هستند.

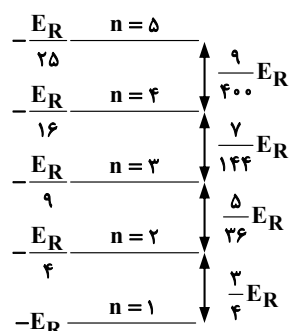
(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

-۱۵۴

(سعید شرق)

انرژی ترازهای الکترون در اتم هیدروژن  $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$  و اختلاف انرژی

آن ها در شکل زیر مشخص شده است.



چون الکترون ابتدا در تراز  $n = 3$  قرار دارد و انرژی فوتون تابشی برابر با اختلاف انرژی ترازهای  $n = 2$  و  $n = 3$  است، بنابراین الکترون با گسیل القایی به تراز  $n = 2$  می رود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

-۱۵۵

(زهره آقاممیری)

هسته های A و B دارای N یکسان هستند. هسته های ایزوتوپ دارای Z برابر و N متفاوت هستند، پس گزینه «۳» نادرست است.

هسته های سنگین با عدد اتمی بزرگ تر از ۸۳ ناپایدارند.

برای هسته C،  $Z = N$  است، بنابراین  $A = Z + N = 2Z$  خواهد بود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته ای؛ صفحه های ۱۳۸ تا ۱۴۱)

۱۵۶-

(افسان هاروی)

ابتدا با توجه به این که در هر مول اتم هیدروژن به تعداد عدد آووگادرو اتم

هیدروژن وجود دارد، جرم یک اتم هیدروژن را محاسبه می کنیم.

$$m = \frac{M}{N_A} \Rightarrow m = \frac{10^{-3}}{6 \times 10^{23}} \Rightarrow m = \frac{1}{6} \times 10^{-26} \text{ kg}$$

حال با استفاده از رابطه اینشتین، داریم:

$$E = mc^2 = \frac{1}{6} \times 10^{-26} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 1/5 \times 10^{-10} \text{ J}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه ۱۴۱)

۱۵۷-

(عبدالرضا امینی نسب)

هر نوکلئون فقط به نزدیکترین نوکلئونهای مجاورش نیروی هسته‌ای وارد

می کند. بنابراین گزینه «۲» صحیح نیست.

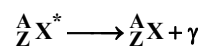
(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۸)

۱۵۸-

(سعید شرق)

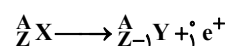
پرتوی گاما هیچ تأثیری در عدد اتمی و عدد جرمی ندارد و جزء امواج

الکترومغناطیسی است.

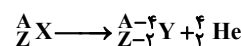


با گسیل ۳ ذره پوزیترون، عدد اتمی، ۳ واحد کاهش می یابد و عدد جرمی

ثابت می ماند.



با گسیل ۳ ذره آلفا عدد جرمی ۱۲ واحد و عدد اتمی ۶ واحد کاهش می یابد.



پس با در نظر گرفتن همه موارد فوق، عدد اتمی ۹ واحد و عدد جرمی ۱۲

واحد کاهش می یابد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۱۵۹-

(زهره آقاممدری)

با توجه به نمودار، چون پس از زمان  $t_1$ ، تعداد هسته‌های باقی مانده نصفشده است پس  $t_1 = T_{\frac{1}{2}}$  است. یعنی  $t_1 = 3T_{\frac{1}{2}}$  خواهد بود و درنتیجه تعداد هسته‌های باقی مانده پس از زمان  $t_1$  برابر با  $\frac{1}{8}N_0$  است.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{n=3} N = \frac{1}{8}N_0$$

یعنی تعداد هسته‌های واپاشی شده بعد از زمان  $t_1$  برابر با  $N' = \frac{7}{8}N_0$ 

است.

$$\frac{N'}{N_0} \times 100 = \frac{7}{8} \times 100 = 87.5\%$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۱۶۰-

(زهره آقاممدری)

مورد «الف» نادرست است چون در واکنش «گداخت» مجموع جرم

محصولات کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است و این اختلاف جرم

سبب آزاد شدن مقدار زیادی انرژی می شود. ( $E = mc^2$ )

مورد «ب» نادرست است. چون در این فرایند هسته هلیوم و یک نوترون

پرانرژی تولید می شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

## شیمی ۳

۱۶۱-

(سیرممنبر معروفي)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: آنتالپی فروپاشی شبکه با بار الکتریکی کاتیون و آنیون رابطه مستقیم دارد.

گزینه «۲»: مطابق یک قاعده کلی تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص معیاری برای مقایسه نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده مایع است.

گزینه «۴»: کوآرتز نمونه خالص و ماسه نمونه ناخالص سیلیس هستند که فراوان‌ترین اکسید روی زمین است اما فراوانی آن بیش از ۹۰٪ نیست.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۶۸، ۷۴ تا ۷۶، ۷۹ و ۸۰)

۱۶۲-

(ممنبر رضا پورجاوید)

به غیر از عبارت «ب»، بقیه موارد درست هستند.

گرافن برخلاف گرافیت ساختاری شفاف و انعطاف‌پذیر دارد. توجه داشته باشید که گرافن از کربن ساخته می‌شود و آلوتروپ دیگر کربن (یعنی الماس) در ساخت مته استفاده می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۶۳-

(فسن رستمی کولنده)

از بین مولکول‌های «کربونیل سولفید، آمونیاک، کلروفرم، کربن تتراکلرید و اتان» فقط مولکول‌های کربن تتراکلرید ( $\text{CCl}_4$ ) و اتان ناقطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۱۶۴-

(ممنبر عظیمیان زواره)

ترفتالیک اسید در نفت خام وجود ندارد و آن را از اکسایش پارازایلن تهیه می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست. با توجه به فرمول‌های مولکولی آنها، پارازایلن ( $\text{C}_8\text{H}_{10}$ ) و بنزالدهید ( $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ ) جرم مولی برابری دارند.

(۲) درست. زیرا نسبت  $\text{C}$  به  $\text{H}$  در نفتالن بیشتر است. (از دو هیدروکربن،

درصد کربن در هیدروکربنی بیشتر است که نسبت  $\frac{\text{C}}{\text{H}}$  بزرگتری دارد).

(۳) درست. اتم‌های کربن ستاره‌دار همگی دارای عدد اکسایش ۱- می‌باشند.

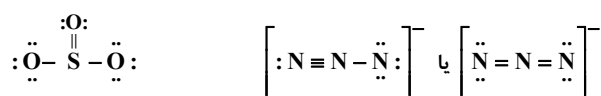


(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۱۶۵-

(ممنبر رضا پورجاوید)

به غیر از  $\text{SO}_3$ ، بقیه مولکول‌های داده شده در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. با توجه به ساختارهای زیر، تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی آنها نیز قابل محاسبه است:



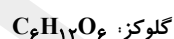
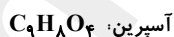
یونها و مولکول‌های قطبی در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۱۶۶-

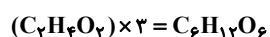
(ممنبر عظیمیان زواره)

فرمول مولکولی:



جرم مولی آسپرین و گلوکز یکسان و برابر ۱۸۰g می‌باشد. بنابراین درصد جرمی کربن در آسپرین بیشتر است زیرا شمار اتم‌های کربن در آن بیشتر است.

با مقایسه فرمول‌های مولکولی گلوکز و اتانویک اسید مشاهده می‌شود که درصد جرمی کربن در هر دو ترکیب یکسان است. زیرا:



(۱) شمار لایه‌های الکترونی  $\text{S}^{2-}$  و  $\text{Cl}^-$  یکسان و از  $\text{Al}^{3+}$  بیشتر است.

$\text{S}^{2-}$  شمار پروتون‌های هسته کمتر و بار منفی بیشتری دارد پس شعاع یونی آن بزرگتر است.

(۲) با توجه به نمودار صفحه ۸۰ مقایسه به‌درستی صورت گرفته است.

(۳) با توجه به شعاع اتمی آنها:  $\text{Si} > \text{C} > \text{O}$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۷۰ و ۷۷ تا ۸۱)

۱۶۷-

(مسن لشکری)

الف)  $\text{NaCl}$ ، یک ترکیب یونی است بنابراین به کار بردن کلمه مولکول برای آن نادرست است و  $\text{NH}_3$ ،  $\text{CH}_3\text{Cl}$  ساختار سه بعدی دارند.

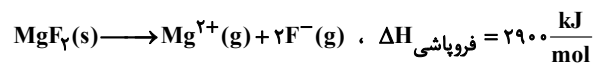
ب)  $\text{NaCl}$  در دمای  $80.1$  درجه ذوب و در دمای  $1413$  درجه سلسیوس می جوشد و به خاطر گستره دمایی بالای آن در فناوری تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد.

پ) در ترکیب های  $\text{CO}_2$ ،  $\text{CCl}_4$  و  $\text{SO}_3$ ، اتم مرکزی بار جزئی مثبت  $(+\delta)$  داشته و مولکول ها ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کنند.

(شیمی ۳، صفحه های ۷۳ تا ۷۷)

۱۶۸-

(جعفر رحیمی)



$$? \text{ kJ} = 2 / 6 \text{ g F}^{-} \times \frac{1 \text{ mol F}^{-}}{19 \text{ g F}^{-}} \times \frac{290.0 \text{ kJ}}{2 \text{ mol F}^{-}} = 58.0 \text{ kJ}$$

$$? \text{ g NaF} = 58.0 \text{ kJ} \times \frac{42 \text{ g NaF}}{84.0 \text{ kJ}} = 29 \text{ g NaF}$$

(شیمی ۳، صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۹-

(ممد عظیمیان زواره)

سیلیس ( $\text{SiO}_2$ ) جامد کووالانسی بوده در حالی که  $\text{CO}_2$  جامد مولکولی می باشد. بنابراین ساختار متفاوتی دارند.

(شیمی ۳، صفحه های ۶۸، ۷۸، ۸۲ و ۸۳)

۱۷۰-

(مهری شریفی)

آنتالپی فروپاشی شبکه یونی، گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یون های گازی سازنده است.

(شیمی ۳، صفحه ۸۰)

۱۷۱-

(ممد رضا پور جاوید)

کاتیون پایدار فلزهای داده شده، به ترتیب به صورت  $\text{Mg}^{2+}$ ،  $\text{Al}^{3+}$  و  $\text{Ca}^{2+}$  هستند که در این میان  $\text{Al}^{3+}$  با توجه به داشتن کمترین شعاع و بیشترین بار الکتریکی، بالاترین چگالی بار را خواهد داشت. کمترین چگالی بار نیز در بین آنیون های  $\text{F}^{-}$ ،  $\text{S}^{2-}$  و  $\text{Cl}^{-}$  متعلق به  $\text{Cl}^{-}$  خواهد بود که بار الکتریکی آن کمتر از  $\text{S}^{2-}$  بوده و شعاع آن از  $\text{F}^{-}$  بزرگتر است. (توجه داشته باشید که علیرغم کوچکتر بودن شعاع  $\text{Cl}^{-}$  در مقایسه با  $\text{S}^{2-}$ ، به علت بیشتر بودن تأثیر میزان بار الکتریکی بر چگالی بار، این کمیت در  $\text{S}^{2-}$  بیشتر از  $\text{Cl}^{-}$  خواهد بود.)

(شیمی ۳، صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۱۷۲-

(ممد وزیری)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: محلول نمک وانادیم (III) به رنگ سبز است که آرایش الکترونی کاتیون وانادیم در آن به صورت  $[\text{Ar}]3d^2$  می باشد.

گزینه «۲»: محلول نمک وانادیم (IV) به رنگ آبی می باشد. با توجه به آرایش الکترونی  $3d^2$ ، این یون دارای ۱ الکترون در زیر لایه d خود می باشد.

گزینه «۳»: امروزه در ساخت پروانه کشتی اقیانوس پیما به جای فولاد از تیتانیوم استفاده می کنند.

گزینه «۴»: نیتینول آلیاژی از تیتانیوم و نیکل است.

(شیمی ۳، صفحه های ۸۴ تا ۸۶)

۱۷۳-

(جواد جریدی)

بررسی موارد نادرست:

«ب»: مبدل کاتالیستی موجب کاهش آلایندگی خروجی می شود نه از بین رفتن تمام آن ها.

«پ»: واکنش داده شده، در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی انجام می شود.

(شیمی ۳، صفحه های ۹۲، ۹۸ و ۹۹)

-۱۷۴

(فسن رمضانی/کولدره)

کاتالیزورها، مقدار  $\Delta H$  واکنش را تغییر نمی‌دهند.

درصد جرم کاهش یافته آلاینده‌ها به صورت زیر است:

$$\text{درصد جرم کاهش یافته CO} = \frac{(5/99 - 0/61)}{5/99} \times 100 = 89/81\%$$

$$\text{درصد جرم کاهش یافته } C_xH_y = \frac{(1/67 - 0/07)}{1/67} \times 100 = 95/8\%$$

$$\text{درصد جرم کاهش یافته NO} = \frac{(1/04 - 0/04)}{1/04} \times 100 = 96/15\%$$

$$\text{ton آلاینده کاهش یافته} = 10^4 \times \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ خودرو}} \times \frac{7/98 \text{ g}}{1 \text{ km}}$$

$$\times \frac{1 \text{ ton}}{10^6 \text{ g}} = 3/99 \text{ ton}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۹۶ و ۹۸)

-۱۷۵

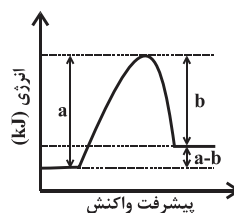
(مهمرب/پوریاویر)

از آنجا که سرعت واکنش رفت کمتر از سرعت واکنش برگشت است، می‌توان گفت که انرژی فعال‌سازی واکنش رفت بیشتر از انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت بوده و در نتیجه این واکنش در جهت رفت گرماگیر بوده و  $\Delta H > 0$  دارد. از طرفی در این واکنش نیز مانند هر واکنش دیگری مقدار

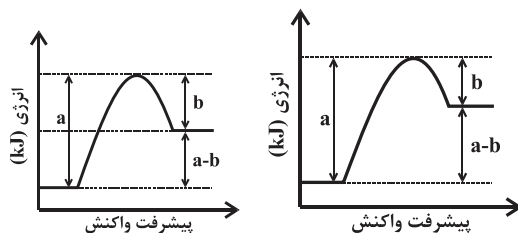
 $\Delta H$  واکنش‌های رفت و برگشت، عکس یکدیگر بوده و خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{رفت}} = -\Delta H_{\text{برگشت}} = -(b-a) \text{ kJ} = (a-b) \text{ kJ}$$

به این ترتیب یکی از نمودارهای فرضی تغییرات انرژی بر حسب پیشرفت واکنش آن به صورت زیر خواهد بود:



با توجه به این نمودار قطعاً  $a > b$  بوده و  $a > b - a$  نیز خواهد بود. اما توجه داشته باشید که نمی‌توان در مورد مقایسه مقدار  $b$  و  $a - b$  نظر قطعی داد. چرا که ممکن است مانند نمودار رسم شده  $b > a - b$  باشد و یا اینکه مانند نمودارهای زیر  $b = a - b$  بوده و یا اینکه  $b < a - b$  باشد. توجه داشته باشید که در تمام این حالت‌ها  $a > b$  و  $a > b - a$  خواهد بود.



(شیمی ۳، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵ و ۹۷)

-۱۷۶

(مینا شرافتی/پور)

بررسی موارد:

الف) با نصف کردن حجم ظرف، ابتدا غلظت  $H_2S$  دو برابر می‌شود اما با توجه به اصل لوشاتلیه تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و غلظت  $H_2S$  در تعادل جدید بیشتر از  $0/8$  خواهد بود.

ب) با خارج کردن واکنش‌دهنده‌ها از ظرف واکنش تعادل در جهت برگشت پیش می‌رود.

پ) واکنش، واکنشی گرماده بوده که با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. پس غلظت  $H_2S$  در تعادل جدید کمتر از  $0/4$  خواهد بود.

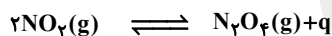
ت) با افزایش  $0/4$  مول  $H_2S$  درون ظرف، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و غلظت  $H_2S$  در تعادل جدید کمتر از  $0/8$  مولار خواهد بود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

-۱۷۷

(مینا شرافتی/پور)

واکنش انجام شده، واکنشی گرماده است و با افزایش دما ثابت تعادل آن کاهش می‌یابد پس در دمای اتاق ثابت تعادل این واکنش برابر  $K_3$  می‌باشد.



$$\text{مقدار اولیه } 230 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{46 \text{ g}} = 5 \text{ mol}$$

تغییرات مول	$-2x$	$+x$
مقدار تعادلی	$5 - 2x$	$x$

$$K = 4 = \frac{[N_2O_4]}{[NO_2]^2} \Rightarrow 4 = \frac{(\frac{x}{2})}{(\frac{5-2x}{2})^2} \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \text{ ق. ق.} \\ 3/125 \text{ ق. ق. غ.} \end{cases}$$

دقت کنید که مقدار عبارت  $5 - 2x$  به ازای  $x = 3/125$  منفی می‌شود.

$$? \text{ g } N_2O_4 = 2 \text{ mol } N_2O_4 \times \frac{92 \text{ g } N_2O_4}{1 \text{ mol } N_2O_4} = 184 \text{ g } N_2O_4$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۵ تا ۱۰۷)

-۱۷۸

(فسن لشکری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت را به یک اندازه کاهش می‌دهد.

گزینه «۲»: هر واکنش کاتالیزگر مخصوص خود را دارد.

گزینه «۳»: در دمای اتاق فسفر سفید در هوا می‌سوزد ولی گاز هیدروژن به علت انرژی فعال‌سازی بالاتر در حضور کاتالیزگر می‌سوزد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۹۵ تا ۹۷)

۱۷۹-

(سیرمهمر معروفي)

با توجه به جدول زیر، گزینه «۱» صحیح است.

c + d	ΔH واکنش A	a + b + c + d	E <sub>a</sub> واکنش A
-c	ΔH واکنش B	a + b	E <sub>a</sub> واکنش A برگشت
d	ΔH واکنش C	b	E <sub>a</sub> واکنش B برگشت
		b + c	E <sub>a</sub> واکنش B برگشت

(شیمی ۳، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۱۸۰-

(حسن لشکری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: کاتالیزگر رودیم (Rh) به کار رفته و رویدیم نادرست است.

گزینه «۲»: پس از مدتی از کارایی مبدل‌ها کاسته می‌شود.

گزینه «۳»: با وجود مبدل کاتالیستی، در گازهای خروجی از آگروز خودروها به هنگام روشن و گرم شدن خودرو به‌ویژه در روزهای سرد زمستان گازهای  $C_xH_y$ ، NO و CO بیشتری مشاهده می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۱۸۱-

(پوار جبریری)

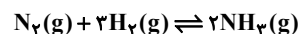
طبق اصل لوشاتلیه، با کاهش حجم (افزایش فشار)، واکنش تعادلی در جهتی پیش می‌رود که تعداد مول کمتری از مواد در ظرف واکنش وجود داشته باشند. همچنین با افزایش حجم (کاهش فشار) واکنش در جهت تعداد مول بیشتر پیشرفت می‌کند. همچنین با خارج کردن فراورده‌ها از ظرف واکنش، واکنش در جهت رفت پیشرفت می‌کند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۸۲-

(حسن لشکری)

گزینه «۱» درست:



$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} = \frac{\left(\frac{\text{mol}}{L}\right)^2}{\left(\frac{\text{mol}}{L}\right)^4} = \text{mol}^{-2} \cdot L^2$$

گزینه «۲» با توجه به متن کتاب درسی درست است.

گزینه «۳»: درست است زیرا دمای جوش آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن به ترتیب ۳۳-، ۱۹۶- و ۲۵۳- درجه سلسیوس است.

گزینه «۴» نادرست: زیرا ثابت تعادل فقط در اثر تغییر دما تغییر می‌کند.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۹)

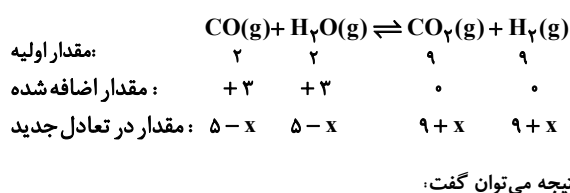
۱۸۳-

(مهمر رضا پورجاوید)

با توجه به یکسان بودن تعداد مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش، می‌توان برای تعیین ثابت تعادل از حجم سامانه صرف نظر کرد. بنابراین مقدار K برابر است با:

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{9 \times 9}{2 \times 2} = 20.25$$

با افزودن ۳ مول از هر واکنش دهنده به سامانه خواهیم داشت:



$$K = 20.25 = \frac{(9+x)^2}{(5-x)^2} \Rightarrow \frac{9+x}{5-x} = \sqrt{20.25} = 4.5 \Rightarrow x = 2/45$$

مجموع تعداد مول فراورده‌ها پس از برقراری تعادل جدید برابر است با:

$$(9+x) + (9+x) = 18 + 2x = 18 + 2 \times 2/45 = 22/9$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۱۸۴-

(مهمر حسن مهمرزاده مقدم)

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف: واکنش‌های شیمیایی صرف نظر از این که گرماده یا گرماگیر باشند، برای آغاز شدن به انرژی نیاز دارند که به آن انرژی فعال‌سازی می‌گویند.

ت: استفاده از کاتالیزگر سبب کاهش آلودگی محیط زیست می‌شود.

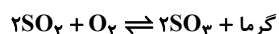
(شیمی ۳، صفحه‌های ۹۵، ۹۶، ۱۰۱ و ۱۲۰)

۱۸۵-

(مهمر رضا پورجاوید)

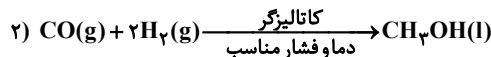
تنها عبارت نادرست، مورد «ب» است.

کاهش دما منجر به جابه‌جایی تعادل در جهت تولید گرما خواهد شد. از آنجا که این تغییر باعث تولید  $SO_3$  نیز شده است، گرما در طرفی است که  $SO_3$  در آن وجود دارد:

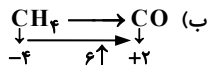


در مورد «ت» با افزودن محلول نقره نیترات، بین  $Ag^+$  و  $Cl^-$  واکنش انجام شده و با کاهش غلظت  $Cl^-$ ، تعادل در جهت تولید آن (در جهت رفت) پیش می‌رود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)



الف) پایداری گاز کربن مونوکسید (CO) از پایداری کربن دی اکسید (CO<sub>2</sub>) کمتر است.



پ) متانول مایعی بی رنگ و بسیار سمی است و یکی از کاربردهای آن تبدیل PET به مونومرهای سازنده اش می باشد.

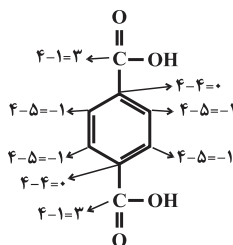
ت) در واکنش (۲) گاز CO کاهش یافته و نقش اکسنده را دارد.

(شیمی ۳، صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(بعفر ریسمی)

-۱۸۹

گزینه «۱»:



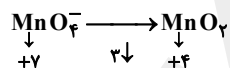
گزینه «۲»:

ترفتالیک اسید  $\frac{1}{\text{mol}} \times$  پارازایلین  $\frac{1}{\text{mol}} = 0$  / ترفتالیک اسید g?

$$\times \frac{166 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 16 / 6 \text{ g ترفتالیک اسید}$$

گزینه «۳»: با توجه به متن کتاب درسی درست است.

گزینه «۴»:

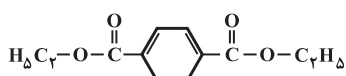
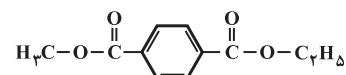
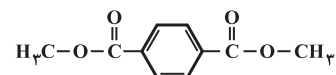


(شیمی ۳، صفحه ۱۱۵)

(مشمع عظیمیان زواره)

-۱۹۰

این ۳ نوع دی استر عبارتند از:

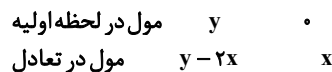
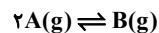


تفاوت جرم مولی سبک ترین و سنگین ترین دی استر  $28 \text{ g.mol}^{-1}$  =

(شیمی ۳، صفحه های ۱۱۳ و ۱۱۴)

(مشمع مسن مشمرازاده مقرم)

-۱۸۶



با توجه به نمودار اختلاف غلظت تعادلی A و B برابر است با:

$$[A] - [B] = 1 \Rightarrow \frac{y-2x}{2} - \frac{x}{2} = 1$$

$$\Rightarrow y - 2x = 2 + x$$

$$K = \frac{[B]}{[A]^2} = \frac{\frac{x}{2}}{(\frac{y-2x}{2})^2} = \frac{\frac{x}{2}}{(\frac{2+x}{2})^2} = \frac{2x}{x^2 + 4x + 4} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ mol}$$

$$y - 2x = 2 + x \Rightarrow y = 2 + 3x = 8 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow [A_0] = \frac{y}{V} = \frac{8}{2} = 4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

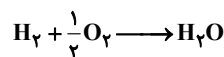
(سیرمشمع معروفی)

-۱۸۷

ابتدا حساب می کنیم برای گرم کردن آب چقدر انرژی نیاز است:

$$Q = mc\Delta\theta = 1 / 25 \times 4200 \times (90 - 21) = 362250 \text{ J} = 362 / 25 \text{ kJ}$$

این مقدار انرژی از واکنش سوختن هیدروژن آزاد شده است:



$$362 / 25 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{241 / 5 \text{ kJ}} = 1 / 5 \text{ mol H}_2$$

پس برای تولید این مقدار انرژی ۱/۵ مول هیدروژن مصرف شده است که

این هیدروژن از واکنش تعادلی خارج شده است. پس تعداد مول تعادلی

H<sub>2</sub> در واکنش تعادلی برابر ۱/۵ مول بوده است:

ماده	A	B	H <sub>2</sub>	CO
مول اولیه	۲	۳	۰	۰
تغییر مول	-x	-x	+3x	+x
مول تعادلی	2-x ↓ 1/5	3-x ↓ 2/5	1/5	+x ↓ 0/5

$$3x = 1 / 5 \Rightarrow x = 0 / 5$$

$$K = \frac{[\text{CO}][\text{H}_2]^3}{[\text{A}][\text{B}]} = \frac{0/5 \times (\frac{1/5}{1/5})^3}{1/5 \times \frac{2/5}{1/5}} = 0 / 2 \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$$

(شیمی ۳، صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

(مشمع عظیمیان زواره)

-۱۸۸

